Comunicación

Curvas matemáticas. Configuraciones morfológicas

Franco, Marcela Carolina

forma.franco@gmail.com

Universidad Abierta Interamericana. Facultad de Arquitectura

Centro de Altos Estudios de Arquitectura y Urbanismo; Universidad de Buenos Aires. Facultad de Arquitectura y Urbanismo

Centro de Matemática y Diseño. CABA, Argentina

Línea temática 2. Categorías, clasificaciones y métodos

Palabras clave

Morfología, Matemática, Transformación, Curvas matemáticas, Visualización geométrica

Resumen

En el ámbito de la investigación, nuestro interés se centra en reflexionar acerca de los vínculos entre la morfología y matemática, considerando que es un campo interesante para contribuir a desdibujar límites precisos y rigurosos entre ambas disciplinas.

Forma y matemática es un campo en donde hay mucho por desarrollar y actualizar para dar respuesta a las nuevas tendencias que el diseño sustentable y ecológico requiere.

A partir del desarrollo morfológico de algunas curvas planas, que hasta el momento presentan desarrollos predominantemente analíticos en el campo de la matemática y por tal motivo no muy difundido en el campo del Diseño, por tal motivo nuestra intención es introducirlas a dicho campo.

Para esto inscribimos dichas Curvas planas en un Modelo de espacialidad alternativa y diferenciada denominado Espacio Unitario Recíproco Radial (EUR R) y Espacio Unitario Recíproco Axial (EUR A).

Objetivos de la presente investigación:

Introducir al ámbito del diseño curvas matemáticas con desarrollo netamente analítico, y en consecuencia no utilizadas aún en el ámbito del proyecto arquitectónico.

Generar sistemáticamente formas arquitectónicas complejas a partir de formas simples.

Emplear Metodologías para realización de análisis morfológico con la finalidad de aplicarlo a la enseñanza del proyecto arquitectónico.

Enriquecer y ampliar el lenguaje de las formas arquitectónicas.

A partir de las configuraciones y propiedades morfológicas, organizar y establecer un orden conceptual de las curvas obtenidas hasta el momento con la finalidad de clasificar y categorizar a dichas curvas, con trabajos ulteriores al presente trabajo.

Vínculos entre la matemática y la morfología

A lo largo de la historia existieron vínculos permanentes entre la matemática y el diseño; entendiendo a éste término en sus acepciones más amplias, es decir sea arquitectónico, pictórico, visual, escultórico, etc.

Algunos científicos coinciden que el origen de éste vínculo entre forma y matemática se remonta desde muy antiguo, desde la construcción de los altares. Formas geométricas, representaciones visuales que a menudo fueron las bases para las investigaciones geométricas. Podemos referirnos al arte ornamental o los desarrollos de la geometría descriptiva descubierta por los pintores del Renacimiento.

Más recientemente, con los desarrollos visuales de las geometrías no-euclidianas, los nuevos métodos empleados de visualización de las complejas estructuras matemáticas convirtieron a las mencionadas geometrías no-euclidianas en modelos más comprensibles.

También contribuyeron los desarrollos de las visualizaciones de las estructuras, en el campo de las ciencias naturales, física, química, biología, dando origen al desarrollo visual de las matemáticas.

En especial, en las últimas décadas con las tecnologías digitales, tenemos un nuevo campo de desarrollo y relaciones en el área que nos compete, que es el campo de las visualizaciones geométricas.

Aún numerosas formas, estructuras, curvas, superficies, tienen un desarrollo predominantemente matemático. Por lo tanto sustento que forma y matemática es un campo en donde hay mucho por desarrollar y actualizar para dar respuesta a las nuevas tendencias que el diseño sustentable y ecológico requiere.

El desafío actual de la Arquitectura sustentable entre otros, consiste en dar nuevas respuestas a los nuevos desafíos que se presentan, para esto necesitamos enriquecer el lenguaje de formas del diseñador.

Curvas introducción

Las curvas están presentes en todos los ámbitos, es decir tanto en la naturaleza como en el diseño de espacios y objetos creados por el hombre.

En cuanto a la morfología de Curvas las hay regulares y armónicas, irregulares, patológicas, de longitud finitas e infinitas.

Algunas describen en su cadencia ritmos fundamentales para la vida, otras ornamentales y no por eso menos importantes. Otras en su trayectoria por el espacio generan superficies, planas y tridimensionales.

Einstein decía que la mente humana debe encontrarlas antes de encontrarlas en las cosas. Curvas que apasionaron y estudiaron a matemáticos de todos los tiempos.

Una idea bastante moderna acerca de qué es una curva, es aquella trayectoria que se puede trazar, dibujar, o recorrer en el plano o el espacio.

Fue el Catalán Antonio Gaudí el quién unió la recta y la curva y así nació su magnífica obra. Observaba la estructura morfológica curvada de las formas en la naturaleza, por ej.: las formas de los árboles, también observó que la forma de los esqueletos de los animales es muy diferente a la del hombre. La naturaleza produce formas muy eficaces.

Desde hace 20 años con la irrupción de las nuevas tecnologías digitales en la escena proyectual surgen un gran número de proyectos sustentados en morfologías complejas. Donde las envolventes, los espacios y sus limitantes se constituyen como formas estructurantes y continuas.

ISSN: 2796-7905

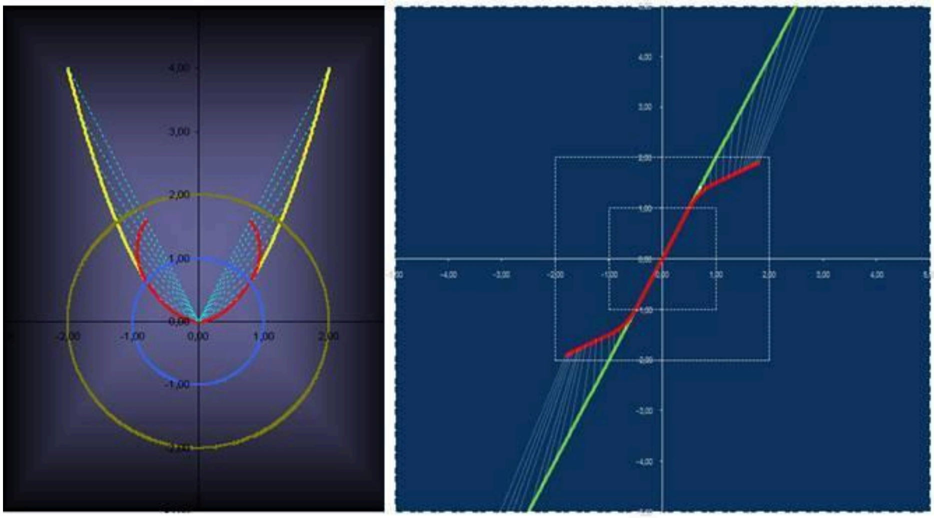
Con las nuevas tecnologías digitales se logran manipular a las formas través de los nodos, y así obtener deformaciones; manipulando intuitivamente las superficies y las envolventes espaciales.

A diferencia del enfoque morfológico que utilizamos al producir formas de manera sistemática. Es decir manipulación intuitiva de la forma versus generación sistemática. A partir de diseñar con estas curvas se trata de generar superficies complejas a partir de formas simples.

Generación sistemática de formas

El Espacio Unitario Recíproco (EUR) Radial (R) y Axial (A) es una propuesta e idea original del Profesor Dr. Roberto Doberti que consiste en el desarrollo de una espacialidad alternativa y diferenciada que refuta conceptual y metafóricamente la uniforme y homogénea espacialidad cartesiana que heredamos de Descartes como legado de la primera modernidad.
Conviene aclarar que no es el objetivo de presente trabajo definir al sistema EUR, sino solo describir algunas propiedades relevantes y pertinentes a este trabajo.
El sistema propone generación sistemática de formas a partir de otras lógicas constitutivas espaciales. En donde se entrelazaran conceptos morfológicos, con una geometría rigurosa.
El Espacio Unitario Recíproco R y A, son la regulación de un espacio y no un sistema de representación del espacio cartesiano.

Figura 1. Grafico donde se puede visualizar las lógicas de transformación. (Izq.) Parábola Cónica inscripta en el EUR R, (Der.) Recta inscripta en el EUR A



Autor: Franco, Marcela Carolina

 ISSN: 2796-7905

Es objetivo explícito del sistema, la posibilidad de representar entidades del campo del diseño y visualizar un sector con gran nivel de precisión del mismo, es decir sin necesidad de recortar, manteniendo a la entidad contextualizada.

La generación de formas y sus respectivas transformaciones y seriaciones inéditas constituyen, los productos y los objetivos principales de ésta investigación.

Otra posibilidad interesante que ofrece el EUR R es la experimentación, visualización y representación de formas en el infinito.

Metodologías experimentales

Es interesante destacar la importancia de la visualización geométrica como metodología para la obtención de curvas planas, que adquiere un rol protagónico.

Inscripción de las Formas en un modelo de espacialidad alternativo y diferenciado, denominado Espacio Unitario Radial y Axial. (EUR R Y A)

Técnicas informáticas de visualización

Para la aplicación de las metodologías utilizadas anteriormente es imprescindible experimentar con las herramientas interactivas y multimedia, que las nuevas tecnologías ofrecen en materia de visualización.

Utilización de curvas y superficies inscriptas en esta particular lógica espacial

Otro de nuestros objetivos relevantes es utilizar los resultados obtenidos para ser aplicados a la enseñanza de la arquitectura, haciendo foco en el desarrollo de la creatividad y considerando a autores como J. Bruner, R. Doberti y M. de Guzmán nos basamos en la importancia de Visualización Matemática vs desarrollos analíticos y en consecuencia situándonos en un híbrido entre el pensamiento paradigmático y el pensamiento narrativo: comenzamos a desarrollar la presente investigación.

Debido a que existe cantidad de curvas matemáticas, con desarrollos netamente analíticos y en consecuencia no difundidas, no utilizadas en el campo del diseño.

Utilizamos al sistema EUR R y A como metodología para democratizar e introducir dichas curvas al ámbito del proyecto arquitectónico.

ISSN: 2796-7905

Una de las metodologías de trabajo es utilizar el EUR para obtener formas, realizar un análisis morfológico, es decir apropiarnos del conocimiento. Y luego emplear en el espacio cartesiano habitual.

De la multiplicidad de curvas planas a desarrollar, en esta oportunidad comenzamos con las siguientes: Deltoide, Astroide, Bicornia, Nudo Pajarita, Tractriz, Cuártica Piriforme, etc. Las cuales se inscribieron centradas y descentradas tanto en el espacio homogéneo, como en el no homogéneo del sistema EUR R Y A.

El EUR R y A
Curvas centradas y descentradas

Entidades geométricas pertenecientes a la geometría euclídea tradicional: rectas, (Fig. 2) cuadrados, círculos, catenaria, curvas cónicas, círculos, ovoide, parábolas, hipérbolas.

Curvas conóidicas: ovóide conóidica, parábola conóidica simétrica, hipérbola conóidica simétrica, hipérbola conóidica asimétrica, curvas trigonométricas

Curvas matemáticas no difundidas aún en el ámbito del diseño: Nudo pajarita, deltoide, astroide, bicornia, parábola cúbica, parábola semicúbica, curva de anegsi, cuártica piriforme, cruciforme, bouche

Rectas inscriptas en el EUR R

Representamos en el gráfico (ver Figura 2) familia de rectas paralelas y verticales las cuales por lógica propia del EUR R convergen hacia el infinito, más precisamente en los puntos que hemos denominado puntos de convergencia positivos y negativos. Transformación continua y gradual; serie de transformación de una recta a una semicircunferencia, siendo la figura origen una recta.

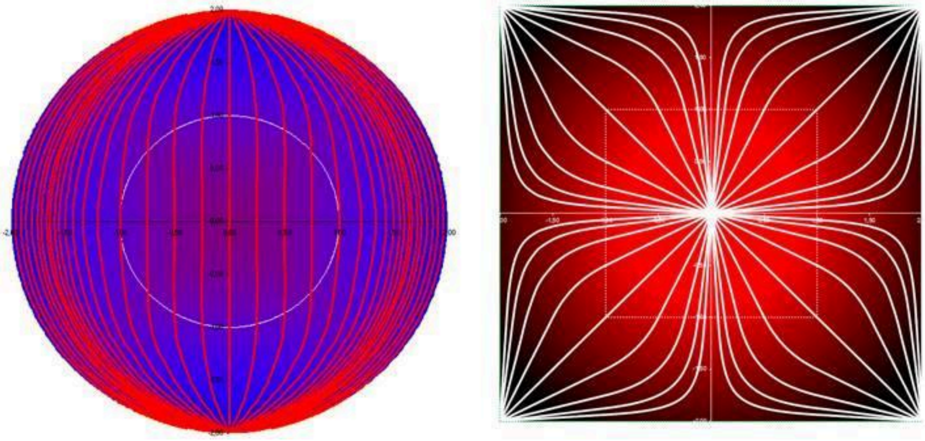
La recta que pasa por el origen de coordenadas conserva su imagen habitual y conduce la lectura. Y a medida que las rectas se alejan del centro (0,0) se curvan hasta asimilarse a los "bordes" difusos del disco.

Toda recta, semirecta o segmento rectilíneo que coincida con algún radio del EUR R, conserva su morfología habitual.

El EUR R concede infinitos puntos de convergencia “móviles”. Los polos o puntos de convergencia puede ser cualquier punto de la circunferencia máxima o circunferencia de borde.

ISSN: 2796-7905

Figura 2. ***Rectas inscriptas en el EUR R y A respectivamente***



Autor: Franco, Marcela Carolina

Rectas inscriptas en el EUR Axial

En el EUR A representamos un haz de rectas con la finalidad de comprender la lógica de ésta espacialidad. (ver Figura 2)

A diferencia del ejemplo anterior en el EUR A, los polos o puntos de convergencia son fijos y se corresponden con los vértices; es decir en la bidimensión, los polos son los vértices del cuadrado abierto.
En el EUR A las rectas que coinciden con los ejes de simetría axial, conservan su morfología habitual.

Familias de curvas matemáticas. Configuraciones y propiedades morfológicas

De la multiplicidad de curvas matemáticas que existen, en ésta oportunidad elegimos Las Familias de Curvas: Deltoide, Astroide, Bicornia, Nudo Pajarita. Son cuatro curvas simples, bidimensionales y cerradas, que inscriptas en las espacialidades alternativas del EUR R y A adoptan disímiles configuraciones.

Curva Bicornia

Conocida también como el sombrero de Napoleón, inscriptas en el EUR R se convierten en lúnulas y en el EUR A las curvas se convierten en segmentos rectos.
En ambas espacialidades conservan los vértices o puntos singulares.

ISSN: 2796-7905

Curva Astroide

La Familia de curvas inscriptas en el EUR R Y A se transforman de curvatura positiva a curvatura negativa. A medida que las curvas se aproximan al infinito pierden los 4 puntos de inflexión y también pierden los puntos singulares y las curvas se convierten en diferenciables (suave).

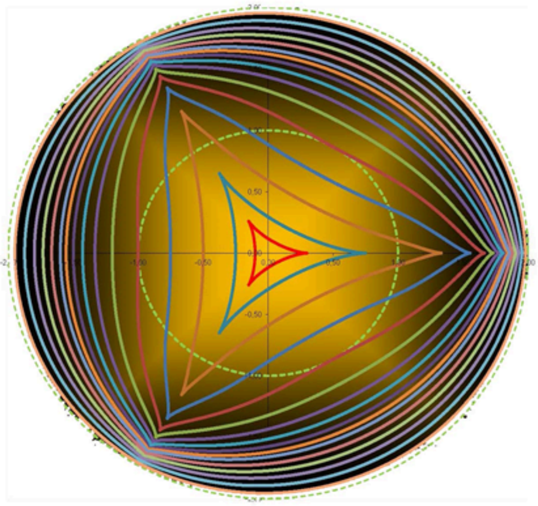
Curva Deltoide

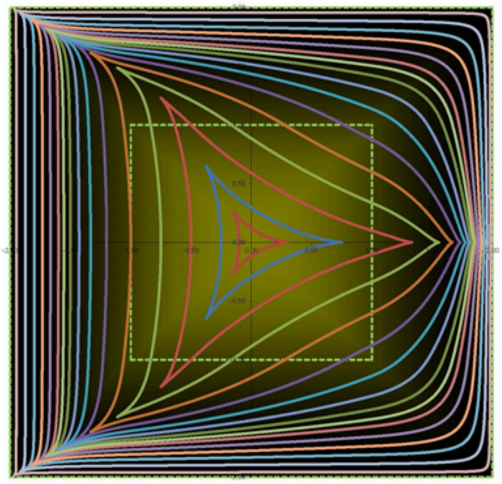
Inscriptas en el EUR R al aproximarse al infinito pierden los puntos de inflexión, las curvas se transfiguran en diferenciables, es decir gráficamente se transforma en una curva suave. Al igual que la precedente se transfigura de curvatura positiva a negativa.
En el caso del EUR A las curvas al aproximarse al infinito conservan sólo dos puntos singulares, en ésta lógica espacial las curvas son diferenciables.

Curva Nudo Pajarita

Familia curva Nudo Pajarita presenta situaciones antagónicas en ambas espacialidades de los EUR. Esta Familia de curvas en el espacio homogéneo es una curva suave, es decir matemáticamente diferenciable. Inscriptas en el EUR R conservan dicha propiedad. En cambio inscriptas en el EUR A se convierten en curvas no diferenciables al presentar 4 puntos singulares al aproximarse al infinito.

Figura 3: Familia de curvas Deltoide, inscriptas en las espacialidades del EUR Radial y Axial respectivamente





Autor: Franco, Marcela Carolina

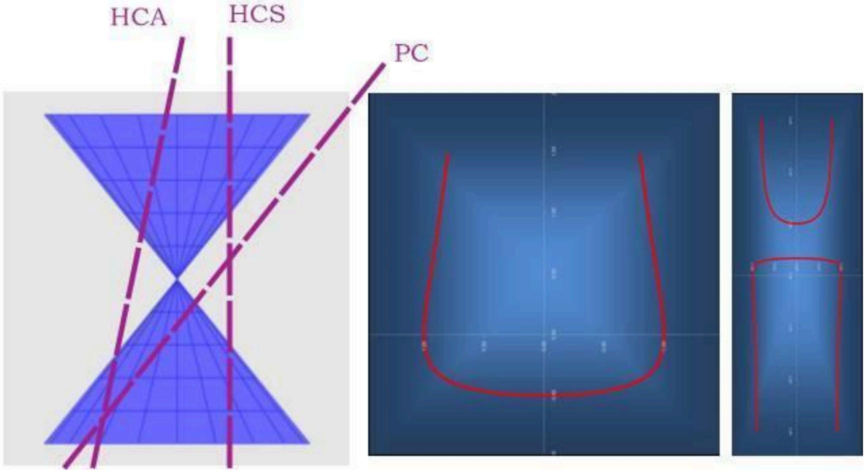
ISSN: 2796-7905

Curvas Conóidicas

Existe una analogía entre las curvas conóidicas y las curvas cónicas, estás últimas estudiadas desde la antigüedad por Apolonio, Arquímedes, Kepler, Descartes, Pascal, Newton, Desargues, y Klein entre otros.
La palabra conoide etimológicamente querría decir: con forma de cono. Si cortamos al conoide con diferentes planos, de manera similar al efectuado al cono para obtener las curvas cónicas, obtenemos las llamadas curvas conóidicas, si generalizamos ésta metodológica exploratoria con la intención de ampliar y racionalizar el repertorio de formas.

Existe gran variedad de conoides entre ellos: conoide de Prückle, de Wallis, de Whitney, de Zindler, conoide parabólico, conoide hiperbólico, conoide sinusoidal o superficie de Gaudí, etc.

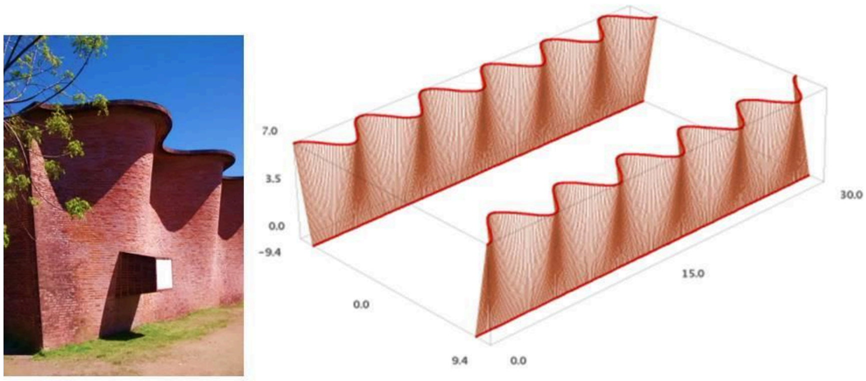
Figura 4. Superficie Conóidica. Obtención de Curvas Conóidicas. Parábola Conóidica e Hipérbola Conóidica Asimétrica. Curvas inscriptas en el Espacio cartesiano



Autor: Franco, Marcela Carolina

ISSN: 2796-7905

Figura 5. Utilización de Superficies Conóidicas. Parroquia Cristo Obrero, Uruguay. Arq. Eladio Dieste



Fuente: http://www.fadu.edu.uy/eladio-dieste/obras/iglesia-atlantida/

Conoide circular recto.

El conoide es una superficie de translación y como tal son necesarios para su generación tres elementos: generatriz, plano director y directriz. El rol de la generatriz y de la directriz es intercambiable. Sólo diremos en términos menos formales, que el conoide es como un cono que en lugar de poseer un vértice tiene un segmento de recta.

Asimismo, es una superficie reglada que tiene dos directrices no coplanares: una circunferencia y un segmento de recta de longitud igual al diámetro de la circunferencia. Un plano director perpendicular al segmento de recta. Una recta generatriz que se traslada paralela al plano director.

Obtención de las curvas conóidicas

Para situarnos ubicamos a la circunferencia directriz en un plano horizontal y en otro plano horizontal y paralelo al anterior tenemos al segmento rectilíneo directriz.

Si seccionamos al conoide con planos paralelos a la directriz circular obtenemos elipses. Las secciones con planos oblicuos con respecto a la circunferencia directriz proporcionan ovoides. Las secciones paralelas a la recta generatriz proporcionan parábolas conóidicas.

Las hipérbolas conóidicas pueden ser simétricas o asimétricas:

a) Si seccionamos al conoide con un plano perpendicular al plano que contiene la circunferencia y paralelo al segmento rectilíneo directriz, obtenemos hipérbolas conóidicas simétricas.

ISSN: 2796-7905

b) Si seccionamos con un plano oblicuo con respecto al plano que contiene a la circunferencia directriz obtenemos hipérbolas conóidicas asimétricas.

Otras curvas conóidicas investigadas por el Dr. Doberti son: la lemniscata conóidica simétrica, asimétrica, gota conóidica, clepsidra conóidica simétrica y asimétrica. Éstas últimas no son motivo del presente desarrollo.

Curvas conóidicas en el espacio homogeneo o cartesiano

De la multiplicidad de opciones de curvas conóidicas a representar, en esta oportunidad optamos por graficar las siguientes curvas: parábola conóidica e hipérbolas conóidicas simétrica y asimétrica, elipse conóidica y el ovoide conóidico.

Aquí distinguimos dos grandes grupos de curvas, abiertas y cerradas. La superficie conóidica al mismo tiempo las integra y las oculta, en un juego de misteriosa seducción. Ciertamente es un ejercicio complejo visualizarlas geométricamente, éste motivo convierte a dichas curvas en un tema netamente morfológico.

Los elementos estructurantes de las curvas, muestran el juego de tensiones complementarias que la equilibran. Dichos elementos básicos son, la oposición de direcciones, el paralelismo, los ejes de simetría especular, los ejes asintóticos; estos elementos están integrados y diferenciados por las curvas conóidicas.

Las curvas se perciben como formas pregnantes, de una estética muy particular. La característica más distintiva, quizás sea la relación dialéctica entre la recta y la curva. Recta y curva se integran en una relación entre la tensión y el equilibrio.

Curvas conóidicas inscriptas en el EUR R

Las curvas conóidicas inscriptas en el EUR R conservan algunos de los elementos básicos que las estructuran como ser todos los planos de reflexión.

Nuevas armonías se hacen presentes en ésta particular espacialidad, exaltando la condición metamórfica de la forma. En dicha espacialidad se hace más evidente el lenguaje paradójico y complejo de la morfología. Entonces, la parábola e hipérbolas conóidicas en su transformación se vivencian otras instancias significativas espacio-temporales. Las extremidades de la parábola y de las hipérbolas simétrica y asimétrica tienden a cerrarse al acercarse a los polos positivos y negativos. Conformando los visibles e intangibles puntos cuspidales. Se perciben como puntos de inflexión, pero presentan caladuras.

La hipérbola conóidica simétrica y asimétrica está conformada por dos ramas o figuras disconexas.

La elipse conóidica en el EUR R, mantiene sus dos ejes de simetría especular, el eje menor es de longitud unitaria, es decir tangente al espacio homogéneo y

ISSN: 2796-7905

su eje principal es de longitud infinita. Los focos de la elipse tienden a aproximarse. Las elipses conóidicas en este sitio del EUR R devienen en óvalos.

El ovoide es una curva plana y cerrada que aún en el EUR R conserva su eje de simetría respecto a su eje mayor. En los dos gráficos el eje menor es de longitud unitaria, y advertimos que la longitud del eje mayor es inconmensurable. J. L. Borges al describir a El Aleph dice: "El diámetro del Aleph sería de dos o tres centímetros, pero el espacio cósmico estaba ahí, sin disminución de tamaño. Cada cosa (la luna del espejo, digamos) era infinitas cosas, porque yo claramente la veía desde todos los puntos del universo."

Bibliografía

Borges, J. L. *El Aleph.* (2009) Obras Completas I: 1923-1949. [El Alpeh (1949)] Buenos Aires: Emecé.

Doberti, R.; *Espacialidades.* (2008) Ediciones infinito.

Franco, Marcela, Carolina. (2010). *Superficies Espaciales en el Espacio Unitario Recíproco Radial.* [DVD]: Encuentro de Docentes de Matemática en Carreras de Arquitectura y Diseño de Universidades Nacionales del Mercosur. (V: Resistencia, Chaco) FAU-UNNE, Resistencia, Chaco. Em2. (col.)

Franco, Marcela, Carolina. Forms. (2010) *Forms in the Radial Reciprocal Unitary Space.* : International Conference on Geometry and Graphics. (14th: Kioto, Japan). Proceedings: 1(134): 131-132. Extended Abstract] 2010. 377 p.

Misuraca, A.; Abaca, A. [et al]. (2007) *Merodeando la Forma: Atravesamientos y Tangencias.* 1ª Ed. Buenos Aires, Argentina: IEH, FADU UBA.

Muñoz, P. (2010) *Líneas espaciales.* Buenos Aires, Argentina: De la Forma.